

# Electrotechnique - Régime sinusoïdal monophasé

## *LP Infrastructure Ferroviaire : Signalisation*

F. Kölbl

2019 - 2020





# Table des matières

1 révisions sur les nombres complexes	1
2 Cours : circuits en régime alternatif monophasé	4
3 Travaux Dirigés	9

# Révisions, Nombres complexes

## Rappels de cours

On note  $\mathbb{C}$  l'ensemble des nombres complexes définis par la suite. On pose l'*imaginaire pur*,  $j$  défini par :

$$j^2 = -1$$

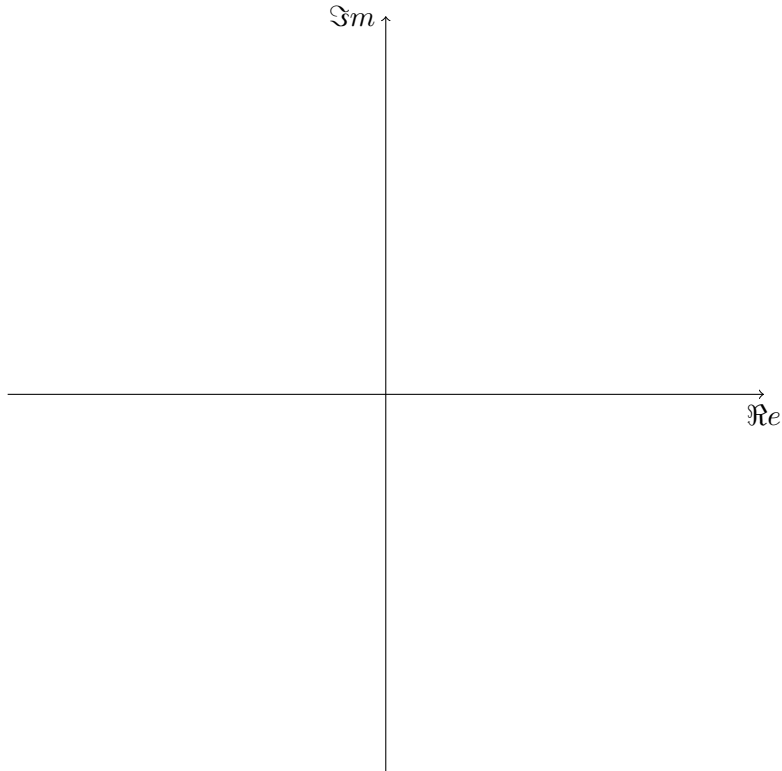
un nombre complexe  $z \in \mathbb{C}$  peut s'exprimer **sous forme cartésienne** sous forme :

$$z = a + jb$$

où :

- $a$  est la                      notée  $\Re(z) = a$
- $b$  est la                      notée  $\Im(z) = b$

$z$  est donc un nombre à **deux dimensions** : son expression nécessite deux **informations**.  
On peut donc placer  $z$  sur un plan : **le plan complexe** :



Les parties imaginaires et réelles correspondent respectivement aux

Il est possible d'exprimer la position du point  $z$  en utilisant :

- l'angle  $\theta$  formé par rapport à l'axe des abscisses,
- la distance  $\rho$  par rapport au centre du repère.

Cette notation est appelée **forme polaire**. On appelle pour un nombre complexe :  $\rho$  le module et  $\theta$  l'argument. On peut noter mathématiquement :

$$z = \rho e^{j\theta}$$

Il est possible de passer de la forme cartésienne de  $z$  à la forme polaire en utilisant les formules suivantes :

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \end{cases}$$

Règles de calcul simple : soient  $z_1$  et  $z_2$  deux complexes tels que  $z_1 = a_1 + jb_1 = \rho_1 e^{j\theta_1}$  et  $z_2 = a_2 + jb_2 = \rho_2 e^{j\theta_2}$ . L'addition (ou soustraction) est simple en forme :

$$z_1 + z_2 =$$

le produit (ou la division) est simple en forme :

$$z_1 z_2 =$$

## Exercice d'application/calcul

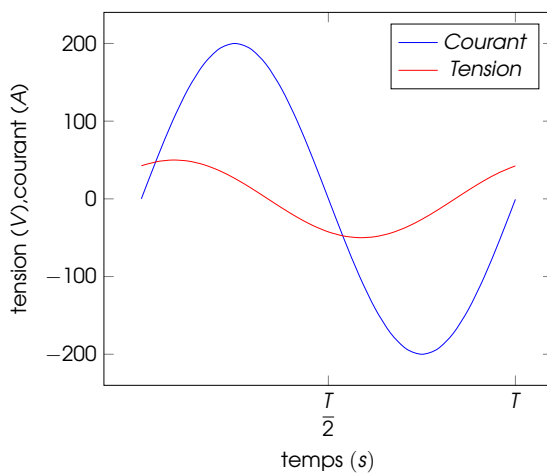
les questions suivantes sont indépendantes, peuvent être résolues à la main, à la calculatrice : peu importe. A vous de **savoir le faire** !

1. Convertir sous forme polaire  $z = 25,6 + j15$
2. Convertir sous forme cartésienne  $z = 10e^{j73^\circ}$
3. calculer :  $Z = 25,6 + j15 - 20e^{-j30^\circ}$
4. calculer :  $Z = (8 + j15) \cdot 20e^{j30^\circ}$
5.  $j = \frac{1}{j}$  vrai ou faux (corriger si nécessaire) ?

# Electrotechnique - Circuits régime sinusoïdal monophasé

## Grandeurs sinusoïdales

en Monophasé, on a une **phase** sur laquelle s'établit un couple Courant/tension



### Les grandeurs sont

- sinusoïdales
- de même fréquence

$$f = \frac{1}{T}$$

en Hz

- d'amplitude différentes,
- de déphasage  $\Phi$  en degrés/radian

si on essaie d'écrire les courant/tension, on écrira :

$$v(t) = V_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

et

$$v(t) = I_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t - \Phi)$$

où  $\omega = 2\pi f$  (attention au  $-$  utilisé par convention en électrotechnique) Cela revient à représenter deux informations importantes :

- L'amplitude,
- la phase.

La fréquence étant commune, elle ne rentrera pas dans les calculs courants/tension.

## Notation Complexe

Pour les calculs et afin de simplifier l'étude on écrira :

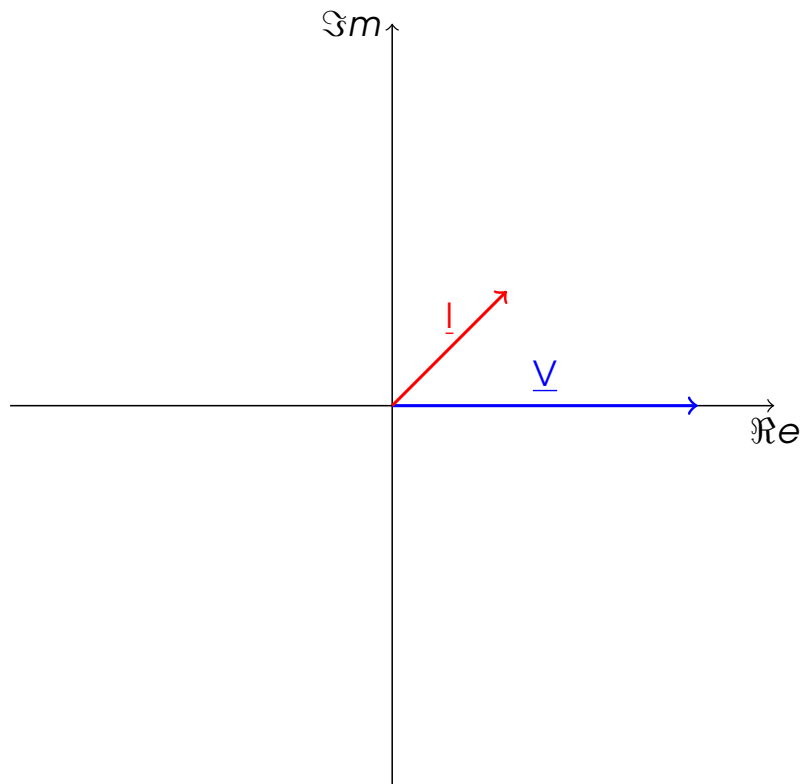
$$\underline{V} = V_{eff}e^{j0} = V_{eff}$$

la tension prise comme **référence**

$$\underline{I} = I_{eff}e^{j\Phi} = V_{eff}$$

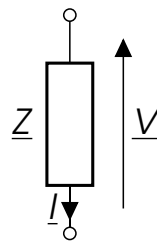
où  $\Phi = (\underline{I}, \underline{U}) = -\arg(\underline{I})$  **Si** la tension  $U$  est prise comme référence.

On utilise un plan complexe : repère de **Fresnel**



## Impédance Complexe

On définit l'impédance complexe :



décrivant n'importe quel type de dipole s'applique :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{V}}{\underline{I}}$$

où la loi d'Ohm complexe



## Puissances en complexe

On peut définir en complexe 3 puissances:

Puissance Active :

Puissance Réactive :

Puissance Apparente :

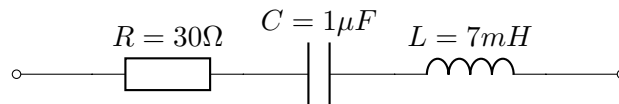
et on définit le facteur de puissance par :

7



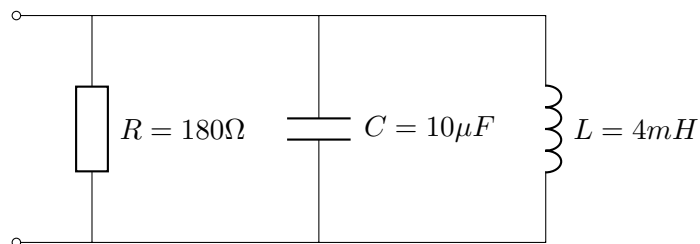
# Révisions, courant alternatif - Travaux Dirigés

## Exercice 1 : Calcul d'une charge équivalente



1. calculer l'impédance équivalente du montage.
2. que vaut l'impédance pour  $\omega = 500 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  ?

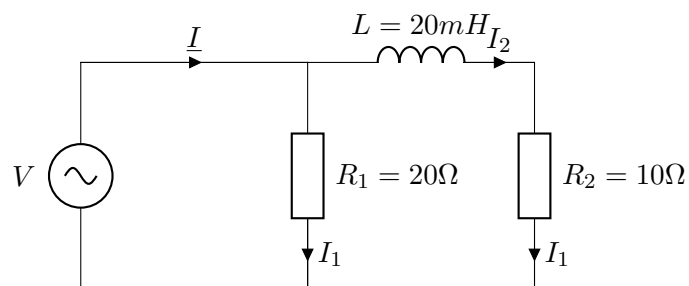
## Exercice 2 : Calcul d'une charge équivalente



1. calculer l'impédance équivalente du montage.
2. trouver la fréquence à laquelle le montage est purement résistif.
3. que peut-on dire des puissance à cette fréquence ?

## Exercice 3 : Charge monophasée

On considère la charge monophasée représentée ci dessous. Une tension sinusoïdale de valeur efficace  $V = 230V$  et de fréquence  $50Hz$  alimente le montage.

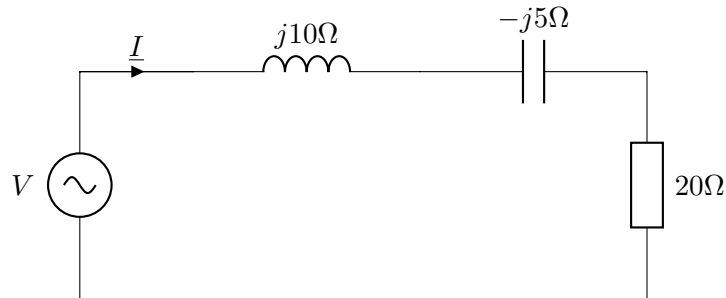


1. Calculer la valeur efficace de  $I_1$ .
2. Calculer la valeur efficace de  $I_2$ .

3. Calculer la valeur efficace de  $I$ .
4. Calculer la valeur des puissances active  $P$ , réactive  $Q$  et apparente  $S$  de ce circuit.
5. En déduire le facteur de puissance de cette charge

### Exercice 4 : Représentation vectorielle des courants et tensions

On considère le circuit représenté ci-dessous où  $\underline{V}$  est la représentation complexe d'une tension sinusoïdale de valeur efficace  $V = 100V$  et de fréquence  $50Hz$ . Les valeurs des composants sont directement données à cette fréquence.



1. Calculer  $\underline{I}$ .
2. Ecrire les expressions temporelles  $v(t)$  et  $i(t)$  de  $\underline{V}$  et  $\underline{I}$ .
3. Ecrire la loi des mailles qui régit ce circuit.
4. Représenter sur un plan complexe (diagramme de Fresnel) l'ensemble des courants/tensions mises en jeu.

### Exercice 5 : Puissance et compensation de puissance réactive

Un atelier monophasé est constitué de trois ensembles de machines, constituant les charges 1, 2 et 3, mises en parallèle sur la même tension sinusoïdale à  $50Hz$  de valeur efficace  $V = 230V$ . On récapitule dans le tableau suivant les mesures faites sur chacune de ces charges :

charge 1	charge 2	charge 3
$P_1 = 20kW$	$S_2 = 45kVA$	$S_3 = 10kVA$
$Q_1 = 15kVAR$	$\cos\phi_2 = 0,6AR$	$Q_3 = -5kVAR$

1. Calculer pour chaque charge l'ensemble des grandeurs électriques la caractérisant : courant absorbé, puissances active réactive et apparente, facteur de puissance
2. En déduire la valeur de la puissance active totale  $P$  et de la puissance réactive totale  $Q$  consommées par la charge totale.
3. En déduire la puissance apparente, le facteur de puissance et le courant global  $I$  absorbé.
4. Représenter le diagramme de Fresnel contenant les courants  $\underline{I}$ ,  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  et  $\underline{I}_3$ . On représentera un diagramme sans échelle mais les amplitudes et déphasages seront notés. On prendra pour référence la tension  $\underline{V}$ .
5. Représenter la construction du triangle des puissances de l'ensemble de ces charges.

6. On désire, en plaçant un condensateur  $C_A$  en parallèle sur l'installation relever le facteur de puissance à la valeur  $\cos\phi_A = 0,9AR$  Calculer la valeur de  $C_A$ .
7. même question pour  $\cos\phi_A = 0,9AV$ .